Ausbildung in Ingenieurmathematik - Ein Spagat zwischen Anspruch und Wirklichkeit -

Christa Polaczek*und Gerd Steinebach†

Zusammenfassung

Neue technologische Entwicklungen basieren immer mehr auf einer zunehmenden Mathematisierung, gerade in den Ingenieurwissenschaften. Nicht erst seit PISA ist jedoch zu beobachten, dass sich das belastbare mathematische Grundwissen vieler Studienanfänger in den letzten Jahren verringert hat.
Im vorliegenden Beitrag wird dieses Spannungsfeld, in dem sich die Ingenieurmathematik befindet, aus Sicht von Fachhochschuldozenten beschrieben. Ausgehend von den Ausbildungszielen der Ingenieurmathematik werden Anforderungen an die Schulmathematik abgeleitet. Diese Anforderungen werden beispielhaft für die Einführung und den Umgang mit den mathematischen Objekten Zahlen, Terme, Gleichungen und Funktionen konkretisiert.
Ziel ist eine Sensibilisierung von Mathematiklehrerinnen und -lehrern, um ihre Schulabsolventinnen und -absolventen besser für ein zukünftiges ingenierwissenschaftliches Studium zu rüsten.

1 Einleitung

Hochtechnologie ist mathematische Technologie

Im Juni 2002 wurde das von der Deutschen Forschungsgemeinschaft

*Prof. Dr. Christa Polaczek, Fachhochschule Aachen, Fachbereich 06 Luft- und Raumfahrttechnik, e-mail: polaczek@fh-aachen.de

†Prof. Dr. Gerd Steinebach, Fachhochschule Bonn-Rhein-Sieg, Fachbereich Elektrotechnik, Maschinenbau, Technikjournalismus, e-mail: Gerd.Steinebach@fh-brs.de

(DFG) geförderte Forschungszentrum “Mathematik für Schlüsseltechnologien“ eröffnet. Das Zentrum ist auf fünf Berliner Institute renomierter Einrichtungen verteilt: Freie Universität, Technische Universität und Humboldt Universität sowie Konrad-Zuse Zentrum und Weierstraß-Institut. Dort soll von mehr als 80 Wissenschaftlern mathematische Spitzenforschung in den Bereichen Modellbildung, Simulation und Optimierung realer Prozesse betrieben werden [Grö03].
Die Einrichtung dieses Forschungszentrums spiegelt die Bedeutung der modernen Mathematik im heutigen Technikzeitalter wider. Schlagworte wie “Hochtechnologie ist mathematische Technologie“ oder “Mathematische Technologie ist Schlüsseltechnologie“ sind seit einiger Zeit in Gebrauch und verdeutlichen auch den volkswirtschaftlichen Nutzen der Mathematik [ReHiSt99, Zie01].
Neunzert bezeichnet die Mathematik als Rohstoff der wissenschaftlichen Modellierung und des Computerexperimentes. Das Computerexperiment beherrscht heute viele Teile der Naturwissenschaften, der Ingenieurwissenschaften und dringt mehr und mehr in die Wirtschafts- und Sozialwissenschaften, sogar in die Geisteswissenschaften ein [NeuRos91]. Damit hat sich das Computerexeriment oder die Simulation neben den klassischen Erkenntniszugängen Theorie und Experiment als dritter Zugang etabliert.

Computersimulation beherrscht den Berufsalltag

Der Einsatz moderner Simulationssoftware und mathematischer Verfahren beherrscht heute den Berufsalltag vieler Naturwissenschaftler und Ingenieure in der Industrie. Man denke an die Bereiche Telekommunikation und digitale Video- und Audiogeräte (Codierungsverfahren), Medizintechnik und Computertomographie (Bildverarbeitung), Computer Aided Engineering, d.h. Computer Aided Design, Simulation und Manufactoring, in der Automobilindustrie, der Halbleiterindustrie oder der chemischen Industrie, um nur einige wenige Bereiche zu nennen [Zie01, AigBeh02].
Der verantwortungsvolle und insbesondere auch der wirtschaftliche Umgang mit dem Instrument Computerexperiment setzt voraus, dass der Nutzer die dahinter stehenden Prinzipien kennt und damit auch die Aussagekraft seiner Ergebnisse richtig interpretieren kann. Dies bedingt, dass er heute und in Zukunft mehr denn je über eine solide mathematische Grundbildung verfügen muss.

Mathematisches Grundwissen der Studienanfänger

Beobachtet man auf der anderen Seite allerdings das abrufbare mathematische Grundwissen vieler Studienanfänger, so gewinnt man eher den Eindruck, dass dieses Grundwissen innerhalb der letzten Jahre immer mehr abgenommen hat [Kno02]. Dieser Eindruck wird bestätigt, wenn man sich die Ergebnisse eines Tests ansieht, den der Arbeitskreis Ingenieurmathematik in Nordrhein-Westfalen (NRW) [AK-Math] in den Jahren 2002 und 2003 durchgeführt hat. Getestet wurden Studienanfänger verschiedener ingenieurwissenschaftlicher Studiengänge an Fachhochschulen in NRW. Der Test beinhaltet 10 einfache Aufgaben aus den Gebieten der Mittelstufenmathematik. Die Ergebnisse sind in den Tabellen 1, 2 und der Abbildung 1 zusammengefasst.

	2002	2003
Anzahl der Testteilnehmer	2894	3417
davon in Prozent:		
Abiturienten mit Mathematik Leistungskurs	25,3	20,9
Abiturienten mit Mathematik Grundkurs	24,6	20,3
Absolventen der Fachoberschule	43,5	51,3
sonstiges/ keine Angabe	6,6	7,5

Tabelle 1: Teilnehmer- und Zugangsberechtigung (in Prozent) der Studierenden

	2002	2003
durchschnittlich erreichte Punktzahl aller Testteilnehmer	4,0	3,9
Abiturienten mit Mathematik Leistungskurs	5,1	5,0
Abiturienten mit Mathematik Grundkurs	3,7	3,4
Absolventen der Fachoberschule	3,5	3,5
sonstiges/ keine Angabe	4,1	4,6

Tabelle 2: Erreichte Punktezahlen von 10 möglichen Punkten

Der Arbeitskreis Ingenieurmathematik hat zu diesen Testergebnissen entsprechende Pressemitteilungen verfasst, die auf der Internetseite des Arbeitskreises zu finden sind [AK-Math]. Zusammenfassend läßt sich feststellen, dass das mathematische Rüstzeug einer breiten Masse von Studienanfängern nicht ausreichend ist.

Was kann die Hochschule vermitteln

Viele Hochschulen haben diese Problematik erkannt und bieten bereits seit Jahren Vorkurse an. In diesen meist ein- bis zweiwöchigen

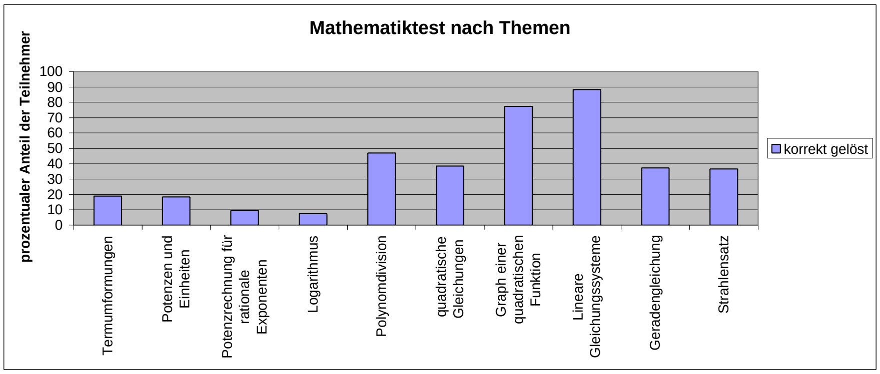

Abbildung 1: Auswertung der richtig gelösten Aufgaben nach Themengebieten. Angegeben ist die Prozentzahl der Teilnehmer, die die Aufgaben korrekt gelöst haben (ausgewertet wurden die Testergebnisse von 1510 Studierenden in 2003).

Vorkursen wird die für das Studium vorausgesetzte Schulmathematik wiederholt [Kno04]. Natürlich können innerhalb dieser Zeit nicht alle Versäumnisse aufgeholt werden, die sich bei vielen Schülerinnen und Schülern im Verlauf der gesamten Mittel- und Oberstufe angesammelt haben. Leider ist es auch im weiteren Studienverlauf nur im begrenzten Umfang, z.B. in Brückenkursen, möglich, schwächere Studierende an den aktuell wünschenswerten Wissensstand heranzuführen.
Den Hochschulen ist es also nur sehr bedingt möglich, größere Lücken im Mathematikverständnis der Studierenden zu schließen, die sich bereits im Laufe der Schulzeit gebildet haben. Es kann beobachtet werden, dass dies oft der Grund für verlängerte Studienzeiten oder die Aufgabe des Studiums ist.

Ziel des vorliegenden Beitrages ist es daher, aus der Sicht der Fachhochschulen die Anforderungen an die Schulmathematik darzustellen. Hierzu werden zunächst die wesentlichen Ausbildungsziele der Ingenieurmathematik vorgestellt. Mit Hilfe von Beispielen aus der Ausbildungspraxis soll dann verdeutlicht werden, in welchen Bereichen die Studierenden oft Schwierigkeiten mit mathematischen Sachverhalten haben und woran sie evtl. scheitern. Damit verbunden werden im letzten Abschnitt Wünsche und Anforderungen an die Schulmathematik abgeleitet. Dies betrifft nicht die Förderung von mathematisch hochbegabten Schülerinnen und Schülern (die natürlich auch sinnvoll ist), sondern die Mathematikförderung und -vermittlung für die/den durchschnittliche/n Schüler/in.

2 Ausbildungsziele der Ingenieurmathematik

Eine gute Übersicht über die klassische Mathematik, die in den Ingenieurwissenschaften Anwendung findet und an Fachhochschulen gelehrt wird, bieten zum Beispiel die Lehrbücher von W. Richter [Richter98] oder L. Papula [Papula]. Als wichtigste Inhalte seien hier genannt:

1. Allgemeine Grundlagen
2. Vektorrechnung
3. Lineare Algebra
4. Reelle Funktionen und Kurven
5. Differenzialrechnung
6. Integralrechnung
7. Komplexe Zahlen und Funktionen
8. Reihenentwicklungen
9. Differenzial- und Integralrechnung für Funktionen von mehreren Variablen
10. Gewöhnliche Differenzialgleichungen
11. Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematische Statistik

Zudem ist die Bedeutung ganz anderer mathematischer Lehrinhalte in der Ingenieurausbildung in den letzten Jahren immer mehr gewachsen. Dazu gehören beipielsweise die folgenden stichpunktartig aufgelisteten Themen:

- Numerische Mathematik und Umgang mit numerischer Software;
- Diskrete Mathematik, z.B. Graphenalgorithmen und kombinatorische Optimierung;
- Zahlentheorie und Codierung;

- Umgang mit Computeralgebrasystemen.

Es ist unmöglich, auch nur annähernd alle für die modernen Ingenieurwissenschaften relevanten Gebiete der Mathematik im Studium zu behandeln. Vielmehr muss es Ziel sein, mathematische Denkweisen und systematische Problemlösungskompetenzen auf Basis einer soliden Grundausbildung zu vermitteln. Der angehende Ingenieur soll dadurch in die Lage versetzt werden, Problemstellungen zu analysieren und sich die zur Lösung erforderlichen Methoden anzueignen und anzuwenden. Dieses **ideale Ausbildungsziel** ist die beste Vorbereitung auf den heute geforderten Anspruch des lebenslangen Lernens.

Hieraus ergeben sich zwei Schlussfolgerungen für die Ingenieurausbildung:

1. Die Auswahl der Themen, die im Anschluss an eine Basisausbildung gelehrt werden, ist für die Erlangung der Ausbildungsziele nur bedingt relevant. Zu beachten ist, dass die Studierenden einen Zusammenhang mit ihrer Ingenieurwissenschaft erkennen. Weiterhin müssen die Studierenden natürlich auch auf die Anforderungen vorbereitet werden, die im Hauptstudium im Rahmen von Vertiefungsfächern an sie in Bezug auf mathematische Kenntnisse gestellt werden.

2. Der Schwierigkeitsgrad der Mathematik nimmt aus Sicht der Studierenden erheblich zu. Das Erlernen bzw. Einüben von Rezepten (z.B. Ableitungs- oder Integrationsregeln) ist immer weniger gefragt. Die Anforderungen verschieben sich von der eigenen Berechnung der Ergebnisse hin zur Modellbildung und Beurteilung der Ergebnisse aus computergestützten Berechnungen

Die Ausbildungsziele der Ingenieurmathematik haben sich also bereits und werden sich in Zukunft immer mehr verschieben: Weniger Vermittlung von Rechentechniken und mehr Vermittlung von Problemlösungskompetenz, d.h. Modellbildung, Modellauswertung und Ergebnisinterpretation ist das Ziel. Leider erfordern gerade diese zunehmenden Ansprüche den sicheren Umgang mit elementaren Rechentechniken, die von vielen Studienanfängern nur ungenügend beherrscht werden.

Dieser Spagat zwischen Anspruch und Wirklichkeit in der Ausbildung in Ingenieurmathematik ist von den Hochschuldozenten und vorbereitend auch von den Lehrern sicher nicht einfach zu meistern.

3 Anforderungen an die Schulmathematik

Themengebiete der Schulmathematik stellen exemplarisch Grundkonzepte vor, die in der weiterführenden Ausbildung verallgemeinert werden. So ist die quadratische Ergänzung für ein Polynom zweiten Grades die erste Idee einer Koordinatentransformation, die Schüler kennenlernen. Im Rahmen der Schulmathematik werden hiermit der Scheitelpunkt einer Parabel, sowie die Nullstellen eines Polynoms zweiten Grades berechnet. Später wird die allgemeine Translation eines Koordinatensystems behandelt und durch die Rotation ergänzt. Koordinatentransformationen finden z. B. in der Robotertechnik ihre Anwendung, ohne sie gäbe es kein Funkleitsystem.

Im Folgenden sollen die Objekte und Operationen, die die Schüler im Rahmen der Schulmathematik kennenlernen in den Kontext der weiterführenden Mathematik eingebunden werden. Damit wird verständlich, dass ihre Behandlung im Rahmen der Schulmathematik unverzichtbar für weiterführende Ausbildungen bleibt.

Zahlen

Das Rechnen mit Zahlen begründet historisch die Mathematik. Eine solide Zahlvorstellung ist wohl in der heutigen Gesellschaft für jeden unabdingbar. Dazu ist eine gute Übung in den Grundrechenarten unerläßlich. Diese wird in der Grundschule bereitgestellt. Niemand wird behaupten, dass wir auf das Erlernen der Grundrechenarten verzichten können, weil diese Operationen hundertprozentig von einem Taschenrechner beherrscht werden.

Die Mathematik kennt neben den rationalen Zahlen auch die irrationalen, insbesondere die transzendenten Zahlen. Für alle Zahlen kennen wir verschiedene Zahldarstellungen. Bereits die rationalen Zahlen können als Bruch oder als Dezimalbruch dargestellt werden. Die Exponentialdarstellung bietet für sehr große oder sehr kleine Zahlen eine gut leserliche Form. Für Wurzeln gibt es gleichberechtigt eine Exponentialdarstellung.

Bei Studienanfängern beobachten wir zunehmend, dass ihre Zahlvorstellung immer mehr auf endliche Dezimalbrüche reduziert ist.
Während die Gleichung $1,41 = 1,414$ seitens unserer Studierenden eindeutig als falsch eingestuft wird, bewerten sie sowohl die Gleichung $\sqrt{2} = 1,41$ als auch die Gleichung $\sqrt{2} = 1,414$ als korrekt. Was natürlich die zuvor als falsch bewertete Gleichung zur Folge hat. Wir erklären uns solche mangelhaften Zahlvorstellungen durch den

frühzeitigen Gebrauch des Taschenrechners. Das exakte Rechnen mit irrationalen Zahlen tritt in der Schulmathematik zurück. Ein gutes Gefühl dafür, dass $\frac{53}{3}$ oder $\sqrt{2}$ oder $\sin(5)$ Zahlen sind wie 3 oder 7, bringen nur noch wenige Studienanfänger mit.

Das Rechnen mit Zahlen in ihren verschiedenen Darstellungsformen bereitet auf das Verständnis von Termumformungen vor. Durch das Rechnen mit konkreten Zahlen werden Rechenregeln einleuchtend, da die Ergebnisse der Rechnungen durch ein fundiertes Zahlenverständnis gestützt sind. Zunächst sollte im Zahlbereich, der auf vertrauten Vorstellungen aufbaut, ein Gefühl für den Umgang mit Wurzeln und Exponenten geschaffen werden.

Ein frühzeitiger Einsatz des Taschenrechners und die Reduktion der Rechnung auf Näherungswerte verschiebt das Erlernen der Rechenregeln auf die Behandlung von Termen. Die Schüler stehen dann der doppelten Problematik gegenüber, eine Vorstellung für Terme wie $\sqrt{x}$ zu entwickeln **und** die zulässigen Rechenregeln zu erlernen.

Eine große Hilfestellung für die Vorbereitung auf eine weiterführende Ausbildung könnte der Mathematikunterricht in den Schulen dadurch leisten, dass mit der ganzen Vielfalt der eingeführten Zahldarstellungen auch gerechnet wird. Die Akzeptanz der Zahldarstellungen kann nur durch ihren Gebrauch gewonnen werden. Die Grundschule stellt vier Jahre zur Verfügung, um - meist erfolgreich - bei den Schülern eine Vorstellung für Symbole wie 1327 zu entwickeln. Momentan nutzt mancher Mathematikunterricht die zur Verfügung stehenden Jahre nicht, um eine Vorstellung der irrationalen Zahlen auszubilden. Unsere Studenten sind selten in der Lage, dies in drei Wochen Vorkurs oder dem ersten Semester nachzuholen.

Terme

Bei der Bearbeitung eines konkreten Problems, für das alle Werte zahlenmäßig bekannt sind, treten nur Rechnungen mit Zahlen auf. In den Anwendungen ist dasselbe Problem mit verschiedenen Werten für eine oder mehrere Größen zu lösen. Dadurch entsteht der Bedarf, in der Berechnung diese Größen variabel zu halten. Ausdrücke, die sich durch wohldefinierte Rechenvorschriften aus variablen Größen zusammensetzen, nennt man in der Mathematik Terme.

Da die variablen Größen in der Regel durch reelle Zahlen zu ersetzen sind, gelten für diese Terme die aus den reellen Zahlen bekannten Rechenregeln. Dabei ist jedoch der Abstraktionsgrad nicht zu unterschätzen, den der Umgang mit Termen erfordert. Für einen Term gibt es unendlich viele Darstellungsmöglichkeiten. Als einfaches

Beispiel sei hier die Variable x selbst betrachtet (für $x > 0$):

$$x = \sqrt{x^2} = 1 \cdot x = x^1 = e^{\ln x} = \ln(e^x) = \frac{x^2}{x} = \frac{x^3}{x^2} = ...$$

Die geeignete Darstellung desselben Terms hängt nun davon ab, welche weitere Berechnung mit diesem Term erfolgen soll. Eine Addition zu $\frac{1}{x^2}$ macht die Darstellung $x = \frac{x^3}{x^2}$ zur geeigneten. Soll der Term x^x differenziert werden, so ist für die Basis x jedoch die Darstellung $x = e^{\ln x}$ optimal. Sollen für den Term $(\frac{1}{x} + 1) \cdot (x^2 - 4)$ Nullstellen berechnet werden, so ist die vorliegende faktorisierte Form vorteilhaft. Soll jedoch für denselben Term eine Stammfunktion bezüglich x berechnet werden, ist die ausmultiplizierte Version besser geeignet.

Es bedarf einer langfristigen und umfangreichen Übungsphase mit gezielten Wiederholungskonzepten, um eine Geläufigkeit in der Vielfalt verschiedener Darstellungsmöglichkeiten für Terme zu erreichen. Schließlich muss eine Einschätzung ausgebildet werden, welche Umformung sich für die weitere Rechnung als vorteilhaft erweist.

Studienanfänger, die diese Geläufigkeit nicht besitzen, sind stark benachteiligt. Zum einen müssen sie sich Termumformungen zusätzlich zu den laufenden Inhalten des Studiums aneignen. Zum anderen haben sie Probleme, den Vorlesungen zu folgen, die mathematische Modellbildungen benutzen. Denn hier wird diese Kenntnis vorausgesetzt.

Wir beobachten, dass die Termumformungen, die linearen Gesetzmäßigkeiten wie z.B. dem Distributivgesetz gehorchen, von Studienanfängern meistens beherrscht werden. Jedoch ist ein erheblicher Mangel in der Geläufigkeit der nichtlinearen Gesetze festzustellen.

Im wesentlichen handelt es sich bei den nichtlinearen Rechenregeln um die Potenz - und Exponentialgesetze. Denn Wurzeln sind äquivalent zu Potenzen des Radikanden und auch Brüche sind letztlich Potenzen des Nenners. Über die komplexen Zahlen lassen sich durch die Eulersche Identität
$e^{ix} = \cos x + i \cdot \sin x$ selbst die trigonometrischen Funktionen auf die Exponentialfunktion zurückführen. Die Rechenregeln für den Logarithmus sind schließlich nur eine Umkehrung der Exponentialgesetze.

Die Linearität ist eine durch Vorbildungen so intensiv geschulte Rechenregel, dass unsere Studienanfänger häufig dazu neigen, sie auch dort anzuwenden, wo sie nicht gilt. So wird aus $\frac{1}{x+y}$ der Term $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ oder aus $\sqrt{x^2 + y^2}$ schließlich $x + y$. Es bedarf sogar erfahrungsgemäß einer Überzeugungsarbeit für die Einsicht, dass diese Umformungen unzulässig sind. Erst das Berechnen der Einzelterme für Zahlenwerte führt zur Akzeptanz der Ungleichungen im Allgemeinen.

Die Termumformungen sind im Rahmen des Ingenieurstudiums unverzichtbares Handwerkszeug. Wer diese nicht souverän beherrscht, wird generell in Wissenschaften, die mathematische Modellbildungen benutzen, so wenig zurechtkommen, wie jemand, der kaum Grammatik und Vokabeln beherrscht, in einer Fremdsprache.

Gleichungen

Der Zusammenhang zwischen physikalisch - technischen Größen wird über Gleichungen gegeben. Häufig leiten diese Zusammenhänge sich aus Differenzialgleichungen her. In der Regel erhält man für die Lösungen der Differenzialgleichungen zunächst eine implizite Darstellung für die Beziehung zwischen den betrachteten Größen.

Soll nun eine solche implizite Darstellung nach einer der auftretenden Größen aufgelöst werden, entsteht das Problem, Gleichungen zu lösen. In der Praxis spielen auch Gleichungssysteme, die nicht unbedingt linear sein müssen, eine wesentliche Rolle. Die Behandlung nichtlinearer Gleichungssysteme, die in der weiterführenden Ausbildung erfolgt, erfordert zunächst eine Sicherheit in der Behandlung einfacher Gleichungen.

Lässt sich eine Gleichung explizit nach einer Variablen auflösen, so tritt diese Variable nach Auflösung der Gleichung offensichtlich nur noch in einer Position auf. Damit ist der Grundgedanke für das Lösen von Gleichungen vorgegeben. Zunächst sollte durch geeignete Umformungen erreicht werden, dass die zu berechnende Größe nur in einer Position in der Gleichung auftritt.

Bei linearen Gleichungen wird dies über das einfache Distributivgesetz erreicht: z. B. $a \cdot x + b \cdot x = (a + b) \cdot x$. Bei quadratischen Gleichungen führt hier eine quadratische Ergänzung zum Ziel: $x^2 + a \cdot x = (x + \frac{a}{2})^2 - \frac{a^2}{4}$. Aber auch für einer Gleichung der Form $a \cdot \sin x + b \cdot \cos x = 0$ kann dies über die äquivalente Darstellung $\tan x = -\frac{b}{a}$ erreicht werden.

Ist eine Darstellungsform der Gleichung ermittelt, in der die gesuchte Variable nur noch in einer Position auftritt, so kann immer durch Anwendungen geeigneter Umkehrfunktionen eine vollständige Auflösung erreicht werden.

Zur Lösung von Gleichungen werden Termumformungen benötigt, die die Terme auf beiden Seiten des Gleichungszeichens unverändert lassen. Daneben ist es aber auch erforderlich, auf beide Seiten der Gleichung dieselben Funktionen anzuwenden. Hierbei wird die funktionale

Eigenschaft $a = b \Rightarrow f(a) = f(b)$ ausgenutzt. So löst zum Beispiel die Anwendung der Funktion $f(x) = x - 3$ die Gleichung $x + 3 = 4$ durch $f(x + 3) = f(4)$ in $x = 1$ auf.

Bei der Anwendung nicht bijektiver Funktionen wie $f(x) = x^2$ oder $f(x) = \tan x$ sowie ihrer Umkehrfunktionen wie $f(x) = \arctan x$, ist zu beachten, dass sowohl Lösungen hinzugewonnen werden können als auch Lösungen verloren gehen. Diese sind aber aufgrund der bekannten Eigenschaften der benutzten Funktionen nachvollziehbar.

Studienanfänger haben Schwierigkeiten, Termumformungen und Anwendungen von Funktionen auf eine Gleichung zu unterscheiden. Soll zum Beispiel eine quadratische Funktion in Scheitelpunktsform überführt werden, wird häufig einfach durch den Leitkoeffizienten dividiert.

Ebenso bestehen Unsicherheiten bei der Anwendung von Funktionen auf Gleichungen. Zum einen bringen viele Studienanfänger noch Ideen von "auf die andere Seite bringen" mit, die ein Wirrwarr der Grundrechenarten zur Folge haben. So wird die Gleichung $2x = 2$ zu $x = 0$, weil "die 2 als -2 auf die andere Seite gebracht wird". Zum anderen besteht kaum Klarheit über die Konsequenzen der Anwendung nicht bijektiver Funktionen für die Lösungsmenge.

Hier wäre es hilfreich, wenn in den Schulen nicht nur Lösungsschemata für bestimmte Gleichungstypen eingeübt werden, sondern an komplexen Gleichungen die Grundprinzipien des Auflösens von Gleichungen geschult werden.

Funktionen

Wie bereits bei den Gleichungen eingangs erläutert wurde, wird der Zusammenhang physikalisch - technischer Größen über Gleichungen gegeben. Ist eine dieser Größen eindeutig durch die anderen bestimmt, so ist diese Größe durch eine Funktion der anderen Größen gegeben.
Da wir in einem dreidimensionalen Raum leben und viele Prozesse dynamisch und damit zeitabhängig sind, haben wir es in der Praxis meistens mit Funktionen mehrerer reeller Veränderlicher zu tun. Die Behandlung von Funktionen mehrerer reeller Veränderlicher kann in weiterführenden Ausbildungen erfolgen. Jedoch sollte dabei auf solide Grundlagen über Funktionen einer reellen Veränderlichen zurückgegriffen werden können.

Ähnlich wie die reellen Zahlen können auch die Funktionen nach rationalen und irrationalen Funktionen klassifiziert werden. Die rationalen Funktionen zeichnen sich dadurch aus, dass ihre Funktionswerte durch eine endliche Anzahl von Operationen in den Grundrechenarten zu ermitteln sind. Wodurch sich die Bedeutung der Polynome in den praktischen Anwendungen als geeignete Näherungsfunktionen begründet. Die gebrochen rationalen Funktionen spielen aufgrund ihrer Definitionslücken und den damit auftretenden Polstellen eine untergeordnete Rolle.

Die Bedeutung der irrationalen Funktionen erklärt sich daraus, dass sie in der Beschreibung der meisten technisch - physikalischen Prozesse auftreten. Die beiden Differenzialgleichungen $\frac{dy}{dx} = k \cdot y$ und $\frac{dy}{dx} + \omega^2 \cdot y = 0$ treten häufig auf. Ihre Lösungen sind gerade die Exponentialfunktion und die trigonometrischen Funktionen.

Diese Funktionen, die eine fundamentale Bedeutung in den Anwendungen besitzen, sind aber den meisten Studienanfängern keineswegs geläufig. Sicherlich werden sie in der Jahrgangsstufe 10 eingeführt, so wie der Lehrplan es vorsieht. Jedoch wird im Rahmen der Oberstufe offensichtlich zu selten auf irrationale Funktionen zurückgegriffen, obwohl sie praktisch unverzichtbar sind, sobald anwendungsorientierte Aufgaben gerechnet werden.

Die Polynome bieten für die Analysis wenig interessantes Material, zumal Gleichungen höheren Grades nur schwierig zu lösen sind. Für Polynome höheren als 4. Grades ist die analytische Berechnung der Nullstellen nur noch in Ausnahmefällen möglich. Statt auf die gebrochen rationalen Funktionen zurückzugreifen, die in den Anwendungen nur eine untergeordnete Rolle spielen, sollte der Schulunterricht vielmehr die Vielfalt der Exponentialfunktion und der trigonometrischen Funktionen in der Analysis nutzen. Die Schüler sind dann besser für den nachfolgenden Mathematikunterricht gerüstet und es eröffnen sich zahlreiche Möglichkeiten, anwendungsbezogene Aufgaben in den Mathematikunterricht der Oberstufe zu integrieren.

4 Fazit

Im Berufsalltag des Ingenieurs - und auch vieler anderer Berufe - ist eine zunehmende Mathematisierung zu beobachten. Diese ist oft Voraussetzung für neue technische Entwicklungen. Auf der anderen Seite wird beobachtet, dass das mathematische Grundwissen von Studienanfängern oft unzureichend ist. In diesem Spannungsfeld befindet sich die Mathematikausbildung an den Hochschulen.

Ausgehend von den Ausbildungszielen der Ingenieurmathematik an Fachhochschulen wurden daher Anforderungen und Wünsche an die

Schulmathematik formuliert. Dabei wurde besonders auf die zentralen mathematischen Objekte Zahlen, Terme, Gleichungen und Funktionen eingegangen. Es ist wünschenswert, dass die Schüler und Schülerinnen bereits frühzeitig im sicheren Umgang mit diesen Objekten geschult werden. Dazu ist - wie im Sport - Training durch viele Übungs- und Wiederholungsphasen notwendig. Ein wichtiges Ziel der Schulmathematik sollte die souveräne Beherrschung dieses Handwerkzeugs sein. Damit wären Studienanfänger der Ingenieurwissenschaften für ihre weitere Mathematikausbildung gut gerüstet.

Literatur

[AigBeh02] Aigner,M., Behrends,E. (Hrsg.): Alles Mathematik - Von Pythagoras zum CD - Player, Vieweg (2002).

[AK-Math] Arbeitskreis Ingenieurmathematik NRW: http://www.iuk.fh-dortmund.de/~ingmath/

[Grö03] Grötschel, M. (Interview): Mathematik für Schlüsseltechnologien. DMV-Mitteilungen 2-2003, S. 30-36 (2003).

[Kno02] Knorrenschild, M.: PISA und die Schieflage in der Ingenieurmathematik. Die neue Hochschule, 43(3), S.11-12 (2002).

[Kno04] Knorrenschild, M.: Vorkurs Mathematik, ein Übungsbuch für Fachhochschulen. Fachbuchverlag Leipzig (2004).

[NeuRos91] Neunzert, H., Rosenberger, B.: Schlüssel zur Mathematik. ECON-Verlag (1991).

[Papula] Papula, L.: Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler. Band1, 2 und 3, Vieweg (2001).

[ReHiSt99] Rentrop, P., Hilden, M., Steinebach, G.: Wissenschaftliches Rechnen. BfG-Mitteilungen Nr.19: Mathematische Modelle in der Gewässerkunde - Stand und Perspektiven, S.7-12, Koblenz (1999) und Der Ingenieur in der Wasser- und Schifffahrtsverwaltung 19, 19-23 (1999).

[Richter98] Richter, W.: Ingenieurmathematik kompakt. Lehrbuch für technische Studiengänge. Vieweg (1998).

[Zie01] Ziegler, G.M.: Das Jahrhundert der Mathematik. Berufs- und Karriere-Planer Mathematik 2001, S. 18-23, Vieweg (2001).